

Lectia #1 – Vectori – Notiuni de baza

Introducere

Unele marimi fizice cum sunt masa, temperatura, densitatea sunt caracterizate doar de numere. Acestea se numesc marimi scalare.

Alte marimi fizice cum sunt forta, viteza, acceleratia sunt caracterizate de valoarea absoluta, directie si sens, ele numindu-se marimi vectoriale.

Pentru a putea intelege si rezolva probleme de fizica este necesara cunoasterea operatiilor de baza cu vectori si scalari.

Conventional, vom nota modulul unui vector: $\alpha = |\vec{a}|$ Modulul (valoarea absoluta) a unui vector este o marime scalara.

Compunerea vectorilor

- Regula paralelogramului :** Vectorul suma a doi vectori reprezinta diagonala paralelogramului construit cu cei doi vectori concurenti ca laturi si avand punctul de aplicatie in comun.

$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$R = \sqrt{a^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\alpha) + b^2}$$

- Regula triunghiului**

$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}$$

- Regula poligonului :** Vectorul suma la compunerea mai multor vectori reprezinta linia de inchidere a poligonului avand ca laturi vectorii concurenti. Adunarea vectorilor este comutativa si asociativa.

$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

Scaderea vectorilor

Vectorii care se scad se reprezinta cu originea in comun, se unesc varfurile lor iar vectorul obtinut va avea sensul intotdeauna de la scazator la desczut.

Observatie: Operatia de scadere nu este nici comutativa nici asociativa.

$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} \quad \vec{d} = \vec{b} - \vec{a}$$

$$c = \sqrt{a^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\alpha) + b^2} \quad d = \sqrt{b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\alpha) + a^2}$$

Inmultirea vectorilor cu scalari

Fie doi vectori $\vec{a}, \vec{b}$ si doi scalari x, y . Inmultirea unui vector cu un scalar este:

- Comutativa: $\vec{a} \cdot x = x \cdot \vec{a}$
- Distributiva fata de adunarea scalarilor: $\vec{a} \cdot (x + y) = \vec{a} \cdot x + \vec{a} \cdot y$
- Distributiva fata de adunarea vectorilor: $x \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = x \cdot \vec{a} + x \cdot \vec{b}$

Produsul scalar a doi vectori

Produsul scalar a doi vectori este un scalar a carui valoare se exprima prin produsul modulelor celor doi vectori si cosinusul unghiului dintre ei.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\alpha)$$

Conventional, vom nota modulul unui vector: $\alpha = |\vec{a}|$ Modulul (valoarea absoluta) a unui vector este o marime scalara. $\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cdot \cos(\alpha)$

Fie trei vectori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Produsul scalar este:

- Distributiv fata de adunare: $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$
- Comutativ: $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a} = a \cdot b \cdot \cos(\alpha)$

Cazuri speciale:

- Daca dreptele suport ale vectorilor sunt perpendiculare atunci produsul scalar este 0: $\alpha = 90^\circ \rightarrow \cos(\alpha) = 0 \rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
- Daca dreptele suport ale vectorilor sunt paralele si vectorii au acelasi sens atunci produsul scalar este maxim si este egal cu produsul modulelor celor doi vectori. $\alpha = 0^\circ \rightarrow \cos(\alpha) = 1 \rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b$
- Daca dreptele suport ale vectorilor sunt paralele dar vectorii au sensuri opuse atunci produsul scalar este minim, adica este egal cu minus produsul modulelor celor doi vectori. $\alpha = 180^\circ \rightarrow \cos(\alpha) = -1 \rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = -(a \cdot b)$

Produsul vectorial

Rezultatul produsului vectorial a doi vectori este tot un vector ce are caracteristicile:

- Directia este perpendiculara pe planul determinat de cei doi vectori;
- Sensul este dat de regula burghiului (Se aseaza burghiul perpendicular pe planul format de cei doi vectori si se roteste pentru a suprapune primul vector peste cel de-al doilea pe drumul cel mai scurt. Sensul vectorului rezultat este dat de sensul de inaintare a burghiului);
- $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} \quad c = a \cdot b \cdot \sin(\alpha)$
- Produsul vectorial nu este comutativ: $\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$

Versorul este vectorul unitate, al carui modul este 1. In spatiul euclidian tridimensional versorii axelor x, y, z sunt notati $\vec{i}, \vec{j}$, respectiv $\vec{k}$.

Descompunerea vectorilor in spatiul euclidian tridimensional

$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y + \vec{a}_z = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

